

非線形履歴則を有する構造物の非定常入力における エネルギー応答の統計的評価法に関する基礎的研究

Statistical Method for Evaluating the Energy Response of Structures

Exhibiting Nonlinear Hysteresis Subjected to Nonstationary Input Motion

小山慶樹*

要旨

エネルギーの釣合いに基づく耐震計算法において、地震時に構造物が吸収するエネルギー量が耐震性能の評価指標として重要な応答値となる。また、将来起こる地震動を完全に予測することが困難であることから、構造物の耐震性能を確認するためには地震動を確率論的に扱い、構造物の応答値を統計的に評価することが必要となる。

本報では、多自由度系にも対応したランダム応答解析法を用い、地震動を確率論的に考慮して構造物のエネルギー応答を統計的に評価する。基礎研究として構造物を1質点弾塑性系に置換したモデルを対象に、エネルギー応答の評価法を提案する。また、モンテカルロシミュレーションを用いて提案手法の妥当性を確認し、エネルギー応答の期待値、変動係数は構造物の固有周期、および入力地震動の振幅包絡線形状の影響が大きいことを示す。

キーワード：エネルギー、ランダム応答解析、非線形性、非定常性

1. まえがき

構造物の耐震設計法の一つにエネルギーの釣合いに基づく耐震計算法（以下、エネルギー法）がある。エネルギー法では、構造部材のエネルギー吸収能力から構造物の耐震性能が評価される。特定の地震動に対して、最大層間変形や最大加速度応答値に比べ、エネルギー応答値は比較的安定していることから、合理的に構造物の耐震性能を把握することができる。

一方、兵庫県南部地震（1995年）を契機として、地震観測網が充実し、長周期地震動やパルス性地震動などが観測され、地震動予測の研究が行われている。しかし、地震動は様々な不確実性を有しているため、将来起こる地震動を完全に予測することは困難である。

既往の研究^{1)~6)}などでは、構造物を確定とし、入力地震動を確率的に扱いエネルギー応答評価が行われ、総エネルギー入力の確率論的評価は可能であった。しかし、累積塑性ひずみエネルギーの確率論的評価に関しては、構造物の固有周期による適用範囲の限定や、非線形系への適用、多自由度系構造物への適用を考えた場合には更なる研究が必要であった。

そこで、本報では多自由度系の挙動や入力地震動の非定常性を考慮することが可能なランダム応答解析法を用

い、基礎研究として1質点弾塑性系モデルのエネルギー応答の評価法を提案する。また、モンテカルロシミュレーション結果と比較して提案手法の妥当性を確認する。その上で、非線形履歴則を有する構造物のエネルギー応答傾向を把握することを目的とする。

2. ランダム応答解析法

ランダム応答解析法は、構造物を確定として扱い、地震動を確率過程でモデル化し、構造物の応答の統計的特性を確率論的に評価する方法である。地震動の位相特性の影響を平均化した解を得ることができるため、応答の集積的特性を簡便に評価することが可能である。

2.1 半陰的時間積分法

本報で用いるランダム応答解析法は、Ohtori、Spencer⁷⁾の半陰的時間積分法を用いる。本解法は、非線形・非定常応答に適用可能であり、従来の解法では制限されていた大規模構造物などの複雑な挙動や、入力地震動の非定常性の影響を検討することが可能である。また、本解法は、非線形の状態方程式を統計的等価線形化手法により線形化し、各時間ステップで方程式を陰的に解く方法である。時刻 t における非線形運動方程式の状態方程式は、次式で表せる。

*技術研究所建築研究グループ

$$\dot{Y}_n = f(Y_n) + B_n W_n \quad (1)$$

ここで、 $Y_n = [X_n \dot{X}_n Z_n X_f]^T$ 、 X_n は変位ベクトル、 Z_n は履歴特性を表すための補助変数行列、 X_f は有色ノイズの状態ベクトル、 $f(\bullet)$ はシステム関数、 B_n は荷重ベクトル、 W_n はホワイトノイズであり、添え字 n は離散時刻 $n\Delta t$ を示す。応答の期待値は(1)式の期待値 $E[\bullet]$ を取り、次式から求まる。

$$E[Y_{n+1}] = D_n E[Y_n] + (1-\lambda) C_n B_n E[W_n] + \lambda C_n B_{n+1} E[W_{n+1}] \quad (2)$$

$$\text{ここで、 } D_n = I + C_n A_n, \quad C_n = \Delta t [I - \Delta t \lambda A_n]^{-1}$$

$$[\partial f / \partial Y]_{Y_n} \cong A_n$$

上式において、 $[I]$ は単位行列、 A_n は線形化された状態方程式の係数行列、 λ は $n+1$ ステップでの重みを示し、0.5とした。これより、応答の共分散は次式から得られる。

$$\begin{aligned} Var[Y_{n+1}] &= D_n E[Y_n Y_n^T] D_n^T \\ &+ (1-\lambda)^2 C_n B_n E[W_n W_n^T] B_n^T C_n^T \\ &+ \lambda^2 C_n B_{n+1} E[W_{n+1} W_{n+1}^T] B_{n+1}^T C_n^T \\ &+ \lambda(1-\lambda) C_n B_n E[W_n W_n^T] B_n^T C_n^T D_n^T \\ &+ \lambda(1-\lambda) D_n C_n B_n E[W_n W_n^T] B_n^T C_n^T \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式より、変位、速度の二乗平均平方根（以下、RMS）の応答値が得られる。また、総エネルギー入力、および累積塑性ひずみエネルギーの期待値は、得られた応答の共分散から評価できる。

2.2 履歴特性の統計的等価線形化

非線形履歴則として1階の微分方程式で表現可能な次式の Bouc-Wen（以下、B-W）モデル^{8,9)}を用いた。

$$F(x, \dot{x}, z) = \alpha kx + (1-\alpha)kz \quad (4)$$

$$\dot{z} = A\dot{x} - \beta|\dot{x}||z|^k - \zeta \dot{x}|z|^k \quad (5)$$

ここで、 x, k は変位、剛性を示し、 $\alpha, \beta, \zeta, A, \kappa$ はB-Wモデルの形状を定めるパラメータである。(4)式は、統計的等価線形化を行うことで次式となる。

$$\ddot{z} \cong c_{eq} \dot{x} + k_{eq} z \quad (6)$$

ここで、 c_{eq}, k_{eq} は線形化係数である。本手法では、各時間ステップでアンサンブル応答の統計値を用いて線形化係数を評価する。

2.3 入力地震動のモデル化

ランダム応答解析法において、入力地震動はパワースペクトルと振幅包絡線関数でモデル化する必要がある。

表-1 入力地震動のスペクトル特性

地盤条件	Soft (軟弱地盤)	Hard (硬質地盤)
ω_{1g}	10.9	16.9
h_{1g}	0.96	0.94
ω_{2g}	1	
h_{2g}	0.995	

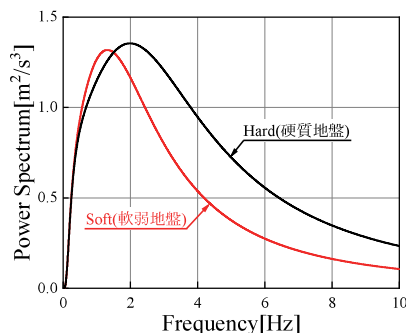


図-1 入力地震動のパワースペクトル

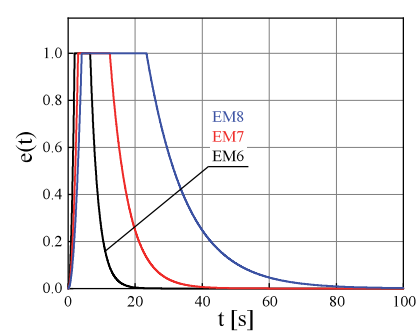


図-2 入力地震動の振幅包絡線形状

ここでは地震動のスペクトル特性として、次式の Clough-Penzien スペクトル¹⁰⁾を用いた。

$$S(\omega) = S_0 \frac{\omega_{1g}^4 + 4h_{1g}^2 \omega_{1g}^2 \omega^2}{(\omega_{1g}^2 + \omega^2)^2 + 4h_{1g}^2 \omega_{1g}^2 \omega^2} \cdot \frac{\omega^4}{(\omega_{2g}^2 + \omega^2)^2 + 4h_{2g}^2 \omega_{2g}^2 \omega^2} \quad (7)$$

ここで、 ω は円振動数、 S_0 はスペクトル強度を示す。 S_0 はピークファクターを3.0と仮定したときに想定した最大地動加速度になるように設定した。 $\omega_{1g}, h_{1g}, \omega_{2g}, h_{2g}$ はスペクトル特性を表現するパラメータである。表-1に採用したスペクトル特性のパラメータ¹¹⁾を、図-1に使用した入力地震動のパワースペクトルを示す。入力地震動の振幅包絡線形状は、図-2に示した大崎の振幅包絡線形状¹²⁾を用いた。図中のEMは振幅包絡線形状を示すパラメータである。

3. 弾塑性系におけるエネルギーの評価

ここでは、ランダム応答解析法を用いた1質点弾塑性系における総エネルギー入力、および累積塑性ひずみエネルギーの期待値と変動係数の評価法を提案する。次に、想定するスペクトル強度を有する乱数位相波に図-1で示したスペクトル特性、図-2で示した振幅包絡線形状を付与した地震動10,000波を入力地震動とするモンテカルロシミュレーション（以下、MCS）より得られた解析結果の統計値と比較し、提案した評価法の妥当性を示す。

3.1 総エネルギー入力の評価方法

a. 期待値

B-Wモデルの履歴特性を有する1質点弾塑性系の運動方程式は次式で表せる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + F(x, \dot{x}, z) = -m\ddot{x}_g \quad (8)$$

ここで、 m は質量、 c は粘性減衰、 \ddot{x}_g は地動加速度を示す。(8)式より、エネルギーの釣合式は次式となる。

$$m \int_0^t \ddot{x} \dot{x} dt + c \int_0^t \dot{x}^2 dt + \int_0^t F(x, \dot{x}, z) \dot{x} dt = -m \int_0^t \ddot{x}_g \dot{x} dt \quad (9)$$

(9)式の右辺より、総エネルギー入力の期待値 $E[E_I]$ は次式となる。

$$E[E_I] = m \int_0^t E[\ddot{x}_g \dot{x}] dt \quad (10)$$

入力地震動を非定常有色ノイズで規定すると、(8)式非線形状態方程式は、(1)、(4)、(6)式より次式で表せる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ z \\ x_{1g} \\ \dot{x}_{1g} \\ x_{2g} \\ \dot{x}_{2g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha \cdot \omega_0^2 & 2h_0\omega_0 & -(1-\alpha)\omega_0^2 & 2h_{1g}\omega_{1g} & -\omega_{2g}^2 & -2h_{2g}\omega_{2g} & 0 \\ 0 & c_{eq} & k_{eq} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_{1g}^2 & -2h_{1g}\omega_{1g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{2g}^2 & 2h_{2g}\omega_{2g} & -\omega_{2g}^2 & -2h_{2g}\omega_{2g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ z \\ x_{1g} \\ \dot{x}_{1g} \\ x_{2g} \\ \dot{x}_{2g} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ e(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} W(t) \quad (11)$$

ここで、 ω_0 は固有円振動数、 h_0 は減衰定数、 $[x_{1g} \ \dot{x}_{1g} \ x_{2g} \ \dot{x}_{2g}]^T$ はフィルターを表現するための変数ベクトル、 $e(t)$ は入力地震動の振幅包絡関数、 $W(t)$ はホワイトノイズである。以上のことより、(10)式の $E[E_I]$ は次式から求める。

$$E[E_I] = \int_0^t a_g \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} E[Y_n Y_n^T] [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T dt \quad (12)$$

ここで、 $a_g = [\omega_{1g}^2 \ 2h_{1g}\omega_{1g} \ -\omega_{2g}^2 \ -2h_{2g}\omega_{2g}]$
 また、総エネルギー入力の変動係数 V_E 、およびその期待値 $E[V_E]$ は、次式から求める。

$$V_E = \sqrt{2E_I/m} = \sqrt{2 \int_0^t \ddot{x}_g \dot{x}_g dt / m} \quad (13)$$

$$E[V_E] = \sqrt{2E[E_I]/m} \quad (14)$$

b. 変動係数

非定常有色ノイズ入力に対する総エネルギー入力の変動係数は、大井他⁵⁾により次式から求めることができる。

$$c.o.v.[E_I] \approx \frac{1}{EP} \sqrt{\frac{2h_0\omega_0}{\pi(1-h_0^2)} \int_{-\infty}^{\infty} U_2(\omega) |A_2(\omega)|^2 d\omega} \quad (15)$$

ここで、 $EP = A_2(0) = \int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt$
 $A_2(\omega) \leftrightarrow [e(t)]^2$ (\leftrightarrow はフーリエ変換を示す。)
 $U_2(\omega) = \frac{(3-4h_0^2)\omega^2 - 4\omega_0^2}{(\omega^2 - 4\omega_0^2)^2 + 16h_0^2\omega_0^2\omega^2} + \frac{1}{4h_0^2\omega_0^2 + \omega^2}$

ω_0 は固有円振動数、 h_0 は減衰定数を示す。なお、解析対象がホワイトノイズ入力に粘性減衰弾性系の場合、(15)式は厳密解となる。特に、(15)式は振幅包絡関数が(16)式の Bogdanoff の振幅包絡線関数¹³⁾の場合、総エネルギー入力の変動係数 $c.o.v.[E_I]$ は(17)式で表せる。

$$e(t) = \xi \times t \times \exp[1-\xi t] \quad (16)$$

$$c.o.v.[E_I] = \sqrt{\frac{\xi}{8(1-h_0^2)} \left(\frac{C_A}{C_B} + \frac{C_C + C_D - C_E}{C_F} \right)} \quad (17)$$

ここで、 $C_A = 8\xi^2 + 9\xi\omega_0 h_0 + 3\omega_0^2 h_0^2$
 $C_B = (\xi + \omega_0 h_0)^3$
 $C_C = 7\xi^3 (1-2h_0^2)$
 $C_D = \xi^3 \{ \xi(1-2h_0^2) + \omega_0 h_0 \} (\xi + 2\omega_0 h_0)$
 $C_E = \omega_0 h_0 (3\omega_0^2 + 8\xi^2 + 6\xi\omega_0 h_0) (2\xi h_0 + \omega_0)^2$
 $C_F = (\xi^2 + \omega_0^2 + 2\xi\omega_0 h_0)^3$

ξ は Bogdanoff の振幅包絡線形状を定めるパラメータである。(15)式の理論解は、任意の振幅包絡線形状に対して適用することが可能であるが、計算過程が複雑となる。そこで、簡便な(17)式を用いて、任意の振幅包絡線形状に対して適用可能な評価方法を提案する。

まず、(16)式の振幅包絡線形状の全パワーEPは次式か

ら求まる。

$$EP = \int_0^{\infty} [\xi \times t \times \exp[1-\xi t]]^2 dt = \exp[2]/(4\xi) \quad (18)$$

ここで、(18)式と任意の振幅包絡線形状の全パワーが等しくなるように、(18)式に任意の振幅包絡線形状の全パワーを代入して ξ を定め、(17)式から総エネルギー入力の変動係数を評価した。総エネルギー入力の速度換算値の変動係数 $c.o.v.[V_E]$ は、(14)式に1次近似2次モーメント法を適用して次式から求める。

$$c.o.v.[V_E] = E[V_E] / \sqrt{VAR[V_E]} \quad (19)$$

$$\text{ここで、} VAR[V_E] = \frac{VAR[E_I]}{2m \times E[E_I]} = \frac{c.o.v.[E_I]^2}{2m} E[E_I]$$

(15)、(17)、(19)式は、弾性系に対する評価式である。弾塑性系に対しては、式中の固有円振動数と減衰定数を等価円振動数と等価減衰定数に置換する必要がある。そこで、秋山のエネルギー評価で用いられている有効周期の概念¹⁴⁾を用いて、次式に示す等価円振動数 ω_{eq} と等価減衰定数 h_{eq} を定めた。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{eq} &= 2\omega_0\omega_m / (\omega_0 + \omega_m) \\ h_{eq} &= (h_0 + h_m) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここで、 ω_0, h_0 はそれぞれ弾性時の固有円振動数、減衰定数を示す。また、 ω_m, h_m は RMS 変位応答が最大になるときに(2)式で示した状態行列 A_n を複素固有値解析して求めた瞬間固有円振動数、瞬間減衰定数とした。

以上のことより、(17)式の ω_0 、および h_0 を(20)式の ω_{eq} 、 h_{eq} に、読み替えて代入することで、総エネルギー入力の変動係数 $c.o.v.[E_I]$ を評価した。

c. MCS による評価法の妥当性

本項では、MCSの結果と比較し、3.1節のa項、b項で示した提案手法の妥当性を確認する。解析モデルは1質点弾塑性系とし、弾性固有周期 T_0 を1.0~5.0s、減衰定数 h_0 を0.02~0.10、せん断力係数 C_0 が0.2のときのせん断力を降伏せん断耐力 Q_y となるように設定した。入力地震動の継続時間は100s、最大地動加速度は0.3~3.0[m/s²]とした。地震動の振幅包絡線形状、およびスペクトル特性は2.3節による。MCSでは、非線形履歴則として Ramberg-Osgood(以下、R-O)モデル¹⁵⁾を用いる。R-Oモデルの骨格曲線を(21)式、履歴曲線を(22)式に示す。

$$\frac{\delta}{\delta_y} = \frac{Q}{Q_y} + \alpha \left(\frac{Q}{Q_y} \right)^\gamma \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta + \delta_r}{2\delta_y} &= \frac{Q + Q_r}{2Q_y} + \alpha \left(\frac{Q + Q_r}{2Q_y} \right)^\gamma & \dot{\delta} \geq 0 \\ \frac{\delta - \delta_r}{2\delta_y} &= \frac{Q - Q_r}{2Q_y} + \alpha \left(\frac{Q - Q_r}{2Q_y} \right)^\gamma & \dot{\delta} < 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここで、 δ は変位、 Q はせん断力を示し、添え字の y は降伏点を示す。また、 α, γ は R-O モデルのパラメータであり、 γ が大きくなるほど、非線形性が強くなる。 δ_r, Q_r は折り返し点の変位、せん断力を示す。

本報で用いるランダム応答解析法では、微分方程式で表現可能な履歴則しか扱えない。そこで、R-O モデルに対してB-WモデルのQ-δ関係が概ね等しくなるように、非線形最小二乗法による最適化を行い、B-W モデルのパラメータを定めた。履歴モデルの近似結果の一例を図-3に示す。図より、履歴曲線の一致精度が良好であることが分かる。

次に、弾性固有周期 T_0 を 1.0s、減衰定数 h_0 を 0.02、R-O モデルの γ を 5.0、地盤条件を Soft、振幅包絡線形状は EM7 を基本モデルとし、パラメータの違いによる総エネルギー入力の影響を検討した。総エネルギー入力の速度換算値の期待値 $E[V_E]$ の検討結果を図-4に示す。横軸は地動加速度の標準偏差 $\sigma[PGA]$ とし、○印が MCS、実線が提案手法、図中赤線が基本モデルを示す。図より、ランダム応答解析法より得られた $E[V_E]$ は MCS と良好対応を示しており、ランダム応答解析法の妥当性が確認できる。 $E[V_E]$ は、構造物の固有周期や履歴則の非線形性、入力地震動の振幅包絡線形状、地盤条件に影響を受け、減衰定数による影響が少ないことが分かる。

図-5に、総エネルギー入力の速度換算値の変動係数 $c.o.v.[V_E]$ の検討結果を示す。図より、ランダム応答解析法から得られた $c.o.v.[V_E]$ は MCS と種々の条件下で良好

な対応が得られ、提案手法の妥当性が確認できる。

$c.o.v.[V_E]$ は振幅包絡線形状、固有周期の影響が大きく、地盤条件や減衰定数の影響は小さい。また、履歴特性の非線形性が強くなると等価周期が大きくなることから、僅かに影響を受けている。一連の傾向として、最大地動加速度が大きくなるほど、 $c.o.v.[V_E]$ が収斂していることが分かる。これは、構造物が弾性・弾塑性が混在する不安定領域から弾塑性のみの安定した領域に移り替わることに起因すると考えられる。一般に定常 ($e(t)=1.0$) となる時間帯が短い地震動や長周期構造物は、応答が定常状態になりにくいことが言われており、構造物が定常応答になりにくい場合ほど、 $c.o.v.[V_E]$ が大きくなっていることが確認できる。

3.2 累積塑性ひずみエネルギーの評価

a. 期待値

累積塑性ひずみエネルギー W_p は、応答が十分に収まるまでを積分範囲とすると、(9)式の左辺第3項より次式で与えられる。

$$W_p(t) = \int_0^t F(x, \dot{x}, z) dt \quad (23)$$

(4)、(23)式より、累積塑性ひずみエネルギーの期待値 $E[W_p]$ は次式となる。

$$E[W_p] = \int_0^\infty E[F(x, \dot{x}, z)] dt \\ = \int_0^\infty K \{ \alpha E[x\dot{x}^T] + (1-\alpha) E[z\dot{x}^T] \} dt \quad (24)$$

また、累積塑性ひずみエネルギーの速度換算値 V_D 、およびその期待値 $E[V_D]$ は次式から求める。

$$V_D = \sqrt{2W_p/m} = \sqrt{2 \int_0^\infty F(x, \dot{x}, z) dt} \quad (25)$$

$$E[V_D] = \sqrt{2E[W_p]/m} \quad (26)$$

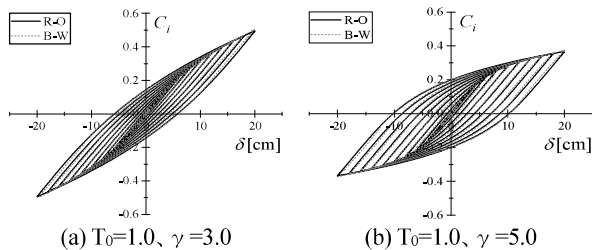


図-3 R-OモデルとB-Wモデルの近似例(Soft)

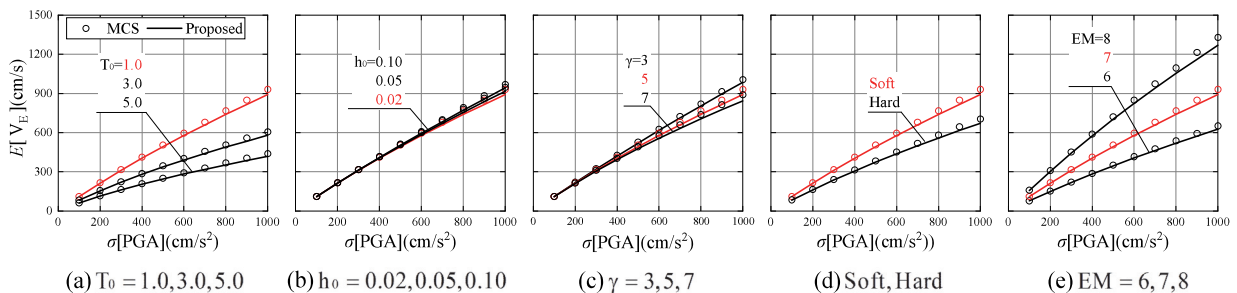


図-4 総エネルギー入力の速度換算値の期待値

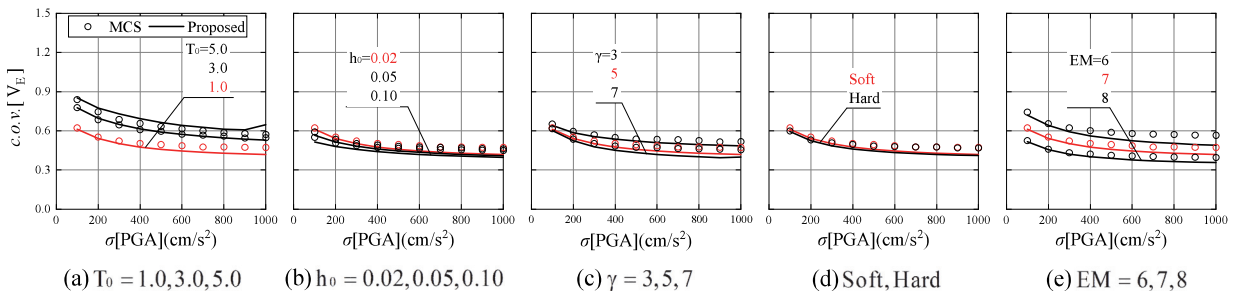


図-5 総エネルギー入力の速度換算値の変動係数

b. 変動係数

本項では、長周期領域においても適用可能な累積塑性ひずみエネルギーの変動係数の評価法を提案する。また、従来評価が難しいとされていた弾性・弾塑性が混在する領域での評価も同時に示す。

累積塑性ひずみエネルギーの変動係数の評価方法として、確率密度関数の変数変換を利用する方法を提案する。基礎変数(独立変数)を総エネルギー入力、従属変数を累積塑性ひずみエネルギーとして、次式の関数関係を仮定する。

$$W_p = g(E_i) \tag{27}$$

ここで、総エネルギー入力を確率変数として、累積塑性ひずみエネルギーの確率密度関数を次式より求める。

$$f_{w_p}(W_p) = f_{E_i}(E_i) \left| \frac{dg^{-1}(W_p)}{dW_p} \right| = f_{E_i}(g^{-1}(W_p)) \left| \frac{dg^{-1}(W_p)}{dW_p} \right| \tag{28}$$

ここで、 $f_{E_i}(E_i)$ は総エネルギー入力の確率密度関数で(12)、(17)式の総エネルギー入力の期待値と変動係数を用いて推定可能である。また、(27)式は便宜的に次式を仮定することとする。

$$E[W_p] = E[g(E_i)] = g(E[E_i]) \tag{29}$$

(29)式の総エネルギー入力の期待値と累積塑性ひずみエネルギーの期待値の関数関係 $g[\cdot]$ は、事前に入力強度を変化させ、ランダム応答解析法を行うことにより評価が可能である。

以上のことより、累積塑性ひずみエネルギーの分散が次式で導かれる。

$$VAR[W_p] = \int (W_p - E[W_p])^2 \cdot f_{w_p}(W_p) dW_p \tag{30}$$

また、累積塑性ひずみエネルギーの速度換算値に関しては、総エネルギー入力と同様に、1次近似2次モーメ

ント法を用いることで、次式から求まる。

$$VAR[V_D] = \frac{1}{2m} \frac{VAR[W_p]}{E[W_p]} = \frac{c.o.v.[W_p]^2}{2m} E[W_p] \tag{31}$$

$$c.o.v.[V_D] = \sqrt{VAR[V_D]} / E[V_D] \tag{32}$$

c. MCSによる評価法の妥当性

3.1節c項と同様のパラメータを用いて、MCS10,000回の結果と比較を行う。累積塑性ひずみエネルギーの期待値、および変動係数の比較結果を示し、3.2節のa項、b項に示した提案手法の妥当性を確認し、応答特性を確認する。

累積塑性ひずみエネルギーの速度換算値の期待値 $E[V_D]$ の検討結果を図-6に示す。図より、ランダム応答解析法により得られた結果は、MCSと良好な一致が得られている。また、 $E[V_D]$ は固有周期および振幅包絡線形状、地盤条件に大きく影響を受けるが、減衰定数による影響も若干認められる。また、入力強度が大きくなり、非線形性が強くなるほど、等価周期が大きくなるため $E[V_D]$ に影響が出てくる。

次に、累積塑性ひずみエネルギーの速度換算値の変動係数 $c.o.v.[V_D]$ の検討結果を図-7に示す。図より、提案手法はMCSと種々の条件下で良好な対応が得られており、提案手法の妥当性が確認できた。

$c.o.v.[V_D]$ は、地盤条件や減衰定数の影響はあまり受けず、振幅包絡線形状、固有周期の影響が大きく、履歴特性の非線形性に多少影響を受けることが分かる。振幅包絡線形状、固有周期の影響が大きい理由は、3.1節のc項で述べたように、構造物の応答が定常になりにくい場合ほど $c.o.v.[V_D]$ が大きくなったと考えられる。また、減衰定数の影響を受けない要因は、 $c.o.v.[V_D]$ が減衰定数の影響をさほど受けない総エネルギー入力の統計値を用いて評価していることに起因していると考えられる。

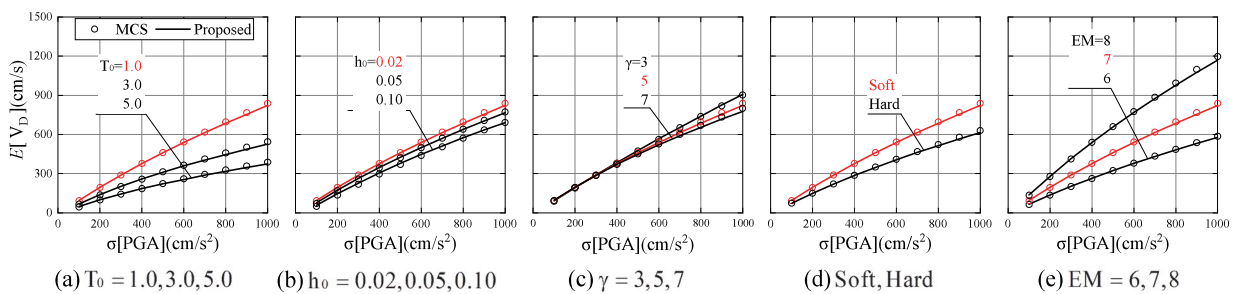


図-6 累積塑性ひずみエネルギーの速度換算値の期待値

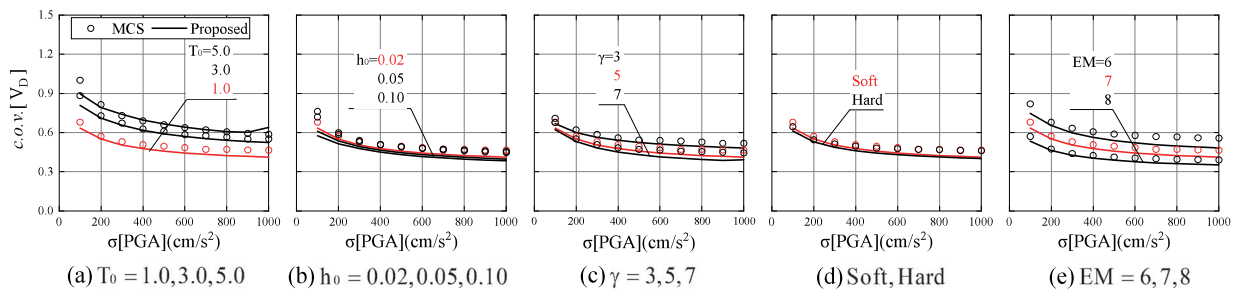


図-7 累積塑性ひずみエネルギーの速度換算値の変動係数

$c.o.v.[V_D]$ の応答特性は、 $c.o.v.[V_E]$ と同様に最大地動加速度が大きくなるほど、収斂している。この原因としては、構造物が弾性・弾塑性が混在する不安定な領域から弾塑性のみの安定した応答領域に移り替わることが挙げられる。

4. まとめ

本報では、1 質点弾塑性系構造物を対象に非定常入力時のエネルギー応答の統計的評価法を提案し、MCS 結果と比較することで、提案手法の妥当性を確認した。また、エネルギーの期待値と変動係数の応答傾向を示した。主要な結論を以下に示す。

- i. $Q-\delta$ 関係が概ね等しくなるように、任意の非線形履歴則を B-W モデルに近似することにより、総エネルギー入力および累積塑性ひずみエネルギーの期待値がランダム応答解析法から評価できることを示した
- ii. 非線形履歴則を有する構造物の総エネルギー入力の変動係数を、RMS 変位応答が最大のときの瞬間固有円振動数、および瞬間減衰定数を用いることで簡易に評価することを可能とした
- iii. 確率密度関数の変数変換を利用し、長周期領域にも適用可能な累積塑性ひずみエネルギーの変動係数の評価法を提案した
- iv. 総エネルギー入力、および累積塑性ひずみエネルギーの期待値は、固有周期や地盤条件、振幅包絡線形状による影響が大きい
- v. 総エネルギー入力、および累積塑性ひずみエネルギーの変動係数は、減衰定数や地盤条件の影響は小さいが、固有周期や振幅包絡線形状による影響が大きい
- vi. 総エネルギー入力、および累積塑性ひずみエネルギーの変動係数は入力強度が小さい領域では、応答の非定常の影響により、大きくなる傾向がある

5. あとがき

本報は文献 16)に地盤特性、構造物の非線形性の影響についての検討を加えたものである。1 質点系のみでの検討に留まっているが、本評価手法自体は、多質点系、更にはフレーム系へと拡張が可能である。今後は、多質点系への適用に関して検討を進める。

また、本報を作成するにあたり、東京都市大学工学部原子力安全工学科教授大鳥靖樹氏にご指導を賜った。ここに、記して感謝の意を表す。

【参考文献】

- 1) 三宅辰哉、「耐震規範としての最大応答と累積応答の関係に関する考察」、日本建築学会構造系論文報告集、第 599 号、pp.135-142、2006.1
- 2) 中野富夫、松田 敏、「最大応答の期待値および標準偏差に関する統計的評価法」、日本建築学会構造工學論文集、Vol.54B、pp.211-217、2008.3
- 3) 洪起、田中 尚、「ホワイトノイズを受ける 1 自由度系の履歴吸収エネルギー」、日本建築学会構造系論文報告集、第 270 号、pp.99-103、1978.8
- 4) 松田 敏、「バイリニア系の相似性に着目したエネルギー応答性状の評価」、日本建築学会構造系論文報告集、第 614 号、pp.23-28、2007.4
- 5) 大井謙一、田中 尚、高梨晃一、「地震動による構造物へのエネルギー入力の統計量予測に関する基礎的考察」、日本建築学会構造系論文報告集、第 347 号、pp.47-55、1985.1
- 6) 三宅辰哉、福知保長、「粘性減衰を有する一質点系の累積塑性ひずみエネルギーに関する考察」、日本建築学会構造系論文報告集、第 470 号、pp.85-94、1995.4
- 7) Yasuki Ohtori, Billie F. Spencer Jr., "Semi-Implicit Integration Algorithm for Stochastic Analysis of Multi-Degree-of-Freedom Structures", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol.128, No6, pp.635-643, 2002
- 8) Y.K.Wen, "Method for Random Vibration of Hysteretic Systems", ASCE Journal of Engineering Mechanics Division, Vol.120, No. EM2, pp.249-263, 1976
- 9) Y.K.Wen, "Equivalent Linearization for Hysteretic Systems Under Random Excitation", Journal of Applied Mechanics, Vol.47, pp.150-154, 1980.3
- 10) R.W.Clough, j.Penzien, "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, 1986.
- 11) Sue and Wen, "Stochastic Evaluation of Seismic Structural Performance", J. Struct Eng, Vol.111, No6, pp.1204-1218, 1984.
- 12) 大崎順彦、新・地震動のスペクトル解析入門、鹿島出版会、1994
- 13) J.L.Bogdanoff, J.E.Goldberg, M.C.Bernard, "Response of a Single-Structure to a Random Earthquake Type Disturbance", Bull. Seismo. Soc. America, Vol.51 No2, 1961.4
- 14) 秋山 宏、建築物の耐震極限設計、東京大学出版会、1980.9
- 15) P.C.Jennings, "Periodic Response of a General Yielding Structure", Journal of the Engineering Mechanics Division Proceedings of the American Society of Civil Engineers, pp.131-165, 1964.4
- 16) 小山慶樹、大鳥靖樹、坂場律和、北村春幸、「非定常ランダム応答解析法を用いたエネルギー応答の統計的評価に関する研究」、構造工學論文集 B Vol.64、pp.207-213、2018.3