せん断強度低減法を用いた３次元斜面安定解析

Three-dimensional Slope Stability Analysis by Shear Strength Reduction Method

森田修二＊　清水智明＊＊　外木場康将＊＊

要　旨

本研究では、3 次元の地盤解析プログラム FEAST にせん断強度低減法を導入し、3 次元の斜面安定解析におけるせん断強度低減法の適用性について検証した。また、従来のせん断強度低減法では考慮されていない地震時の検討を行うために、震度法を適用した解析手法についても検討した。2 次元の基本的な円弧すべりの問題では妥当な解析結果が得られており、3 次元の問題ではお椀型の円弧すべりや低土被りの土塊の抜け落ちについて検証し、有効な解析手法であることを確認した。地震時の検討では、円弧すべり計算との比較によって、同等の解析結果が得られた。FEM による斜面安定解析では、従来の円弧すべりの計算では考慮できない地盤条件や施工過程を考慮できるので、せん断強度低減法は有効な解析手法であることが確認できた。

キーワード：せん断強度低減法、3 次元斜面安定解析、有限要素法、弾塑性

１．まえがき

斜面の安定性評価については、円弧すべりを仮定した Fellenius 法や簡易 Bishop 法などがよく用いられており、道路土工ー切土工・斜面安定工指針など各種指針もこれらの簡易法に基づいて設計するように定められている。これらの簡易法は、すべり面での摩擦抵抗力と剛体荷重のつり合いを想定して安定性を評価したものであり、適用条件が限られ、斜面上のトンネル坑口など施工過程を考慮した安定性評価には適用できない。また、3 次元的な挙動が問題となる場合でも、2 次元解析による安全側の評価を行うことになり、結果的に不経済な対策が求められる場合がある。

一般に FEM による地盤の弾塑性解析では、地盤の強度定数などの物性値に基づいた応力と変形の解析を行い、要素や一定範囲の領域について安定性評価を行う。一方、せん断強度低減法による FEM 解析 [1] は、対象地盤を 1 つの安全率で評価する手法である。この手法によれば、FEM 解析の特徴を生かしながら対象地盤に対する安全対策を分かりやすく評価できる。

本研究では、3 次元の地盤解析プログラム FEAST にせん断強度低減法を導入した。多様な施工条件を考慮した安定性評価が可能な解析手法を構築することにより、トンネルの掘削過程や支保工の条件、対策工の効果が評価できる。また、従来のせん断強度低減法では考慮されていない地震時の評価方法についても検討する。

２．せん断強度低減法

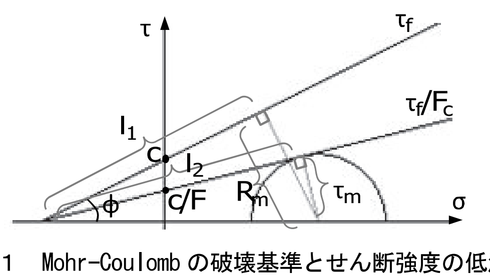
2.1　考え方

地盤の安定性を Mohr-Coulomb の破壊基準（図ー１参照）で考えると、せん断強度 τ_f は式(1)で表わされる。ここで、c は粘着力、σは垂直応力、φは内部摩擦角である。せん断強度低減法では粘着力や内部摩擦角を低減係数 F_c で除して式(2)でせん断強度 τ_f' を設定し、対象地盤の安定性を照査して限界値となる低減係数をもって安全率とする考え方である。破壊基準線の傾きが小さくなるため、初期応力時の破壊時最大せん断応力の比（R_m/τ_m）より低減係数 Fc の方が大きくなる。

$$\tau_f = c + \sigma \times \tan\phi \tag{1}$$

$$\tau_f' = \frac{\tau_f}{F_c} = \frac{c + \sigma \times \tan\phi}{F_c} \tag{2}$$

$$\frac{R_m}{\tau_m} = \frac{l_1 \times \tan\phi}{l_2 \times \tan\phi / F_c} = \frac{l_1}{l_2} \times F_c < F_c \quad (l_1 < l_2) \tag{3}$$

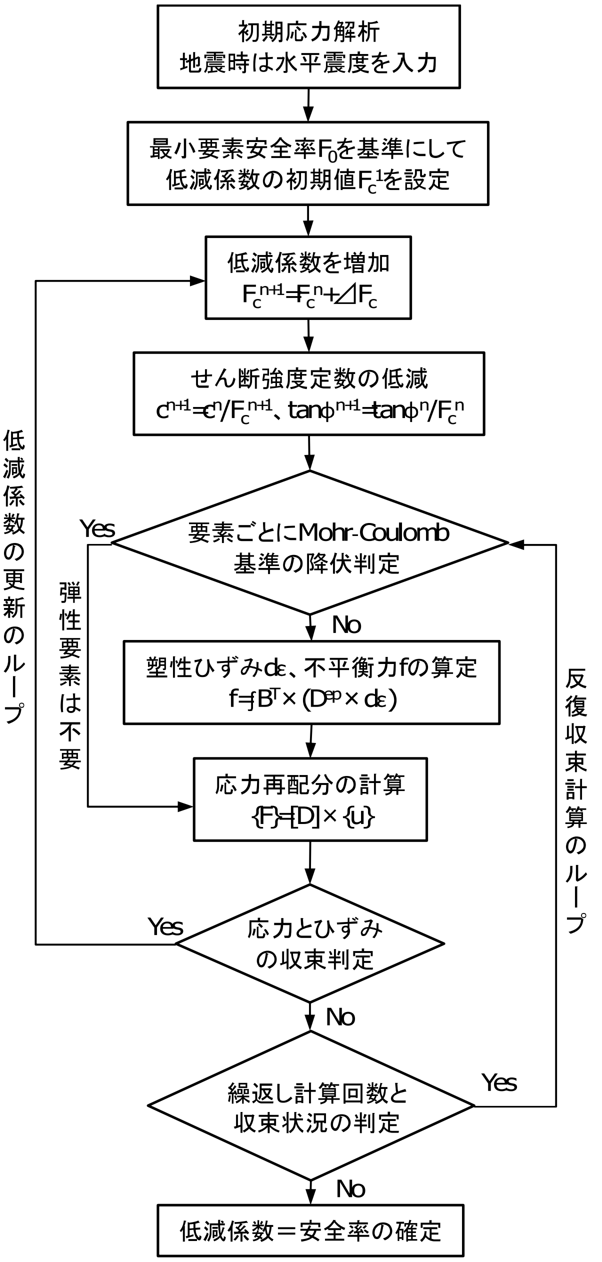


図ー１　Mohr-Coulomb の破壊基準とせん断強度の低減

＊西日本支社土木技術部　＊＊東日本支社土木技術部

2.2　解析のフロー

せん断強度低減法を用いた FEM 解析のフローを図－2に示す。初期応力解析の結果から要素安全率を算定し、その最小値を基に低減係数の初期値を決定する。その後は低減係数を徐々に増加させて、せん断強度定数を低減することで発生する要素ごとの塑性ひずみに基づく不平衡応力を算定する。解析領域全体で応力とひずみの反復収束計算を行い、収束状況を判定しながら低減係数を更新する。低減係数を増加させていくと、塑性化する要素が増加していくので、反復収束計算が収束しないあるいは塑性ひずみが極端に増加した段階で低減係数の限界値と判断して安全率として決定する。



図－2　せん断強度低減法による解析フロー

斜面を有する地盤などでは、せん断強度を低減していくと、安全率の小さい要素の不平衡応力の再配分が行われて、周辺から塑性化した要素が拡大する。最終的にすべり面が形成されると、反復収束計算が収束しないあるいは塑性ひずみが極端に大きくなるので、不安定な状態となる。その限界値を安全率とすることができる。

2.3　弾塑性解析

弾塑性解析では、Mohr-Coulomb の降伏条件を用い、降伏した要素の塑性ひずみの算定には Drucker-Prager 式を用いる非関連流動則を採用した。Drucker-Prager の式では特異点が発生しないためである。Mohr-Coulomb の降伏関数を式(4)、Drucker-Prager の塑性ポテンシャルを式(5)に示す [2)] 。

$$f = \sigma_1 - \sigma_3 - 2c\cos\phi - (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\phi \qquad (4)$$

$$\Phi = -\alpha I_1 + \sqrt{J_2} \qquad (5)$$

ここで、σ_1は最大主応力、σ_3は最小主応力、ϕは内部摩擦角、c は粘着力、I_1、J_2は 1 次不変量と 2 次不変量であり、式(6)と式(7)で表わされる。また、σ_x、σ_y、σ_z、τ_{xy}、τ_{yz}、τ_{xz}は軸応力とせん断応力、αはダイレタンシー角Ψを用いて式(8)で表わされる。

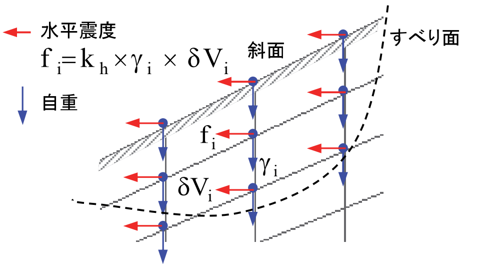
$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \qquad (6)$$

$$J_2 = \frac{1}{6}\left\{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2\right\} + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \qquad (7)$$

$$\alpha = \frac{\tan\psi}{\sqrt{9 + 12\tan^2\psi}} \qquad (8)$$

2.4　震度法によるせん断強度低減法の検討

一般に、せん断強度低減法による斜面安定の検討では、地盤の静的な自重に対する安定性を検討することを目的としており、地震時の慣性力は考慮されていない。そこで、本研究では、地震力を考慮するために震度法を適用する。初期応力解析において、図－3に示すように自重γ_iに加えてすべり方向の水平力 f_i を各要素に作用させる。すべり面上の要素が降伏すると、すべり方向側への水平応力を積分した形で応力再配分が行われることになり、円弧すべりの計算における土塊の慣性力と同等の荷重を負荷することになる。



図－3　水平震度を負荷した節点力

３．２次元の斜面安定解析

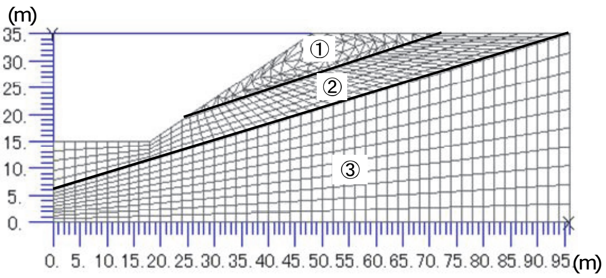
図－４に、2 次元の斜面安定解析のモデルを示す。蔡飛ら [3] が円弧すべりの計算と比較したモデルである。円弧すべりで用いた地盤の土質定数を**表－１**に示す。せん断強度低減法による FEM 解析では、この他に変形係数とポアソン比、ダイレタンシー角を設定する必要がある。蔡飛らは、変形係数を $E=2\times10^5$kPa、ポアソン比を $\nu=0.3$、ダイレタンシー角は $\Psi=0$ と $\Psi=\phi$（内部摩擦角）の場合の計算を行っている。本報では、非関連流動則を採用していることから、ダイレタンシー角は内部摩擦角より小さく（$0.8\times\phi$）設定した。

図－５に、初期応力解析における要素安全率のコンターを示す。最小要素安全率は 0.29 となったことから、低減係数は 0.29 から増加させて計算を行った。

図－６には、せん断強度低減法による最大せん断ひずみの増分のコンターを示す。初期低減係数を Fc=0.29 とした初期応力解析からのひずみ増分であり、F_c=0.35、F_c=0.37、F_c=0.39 における最大せん断ひずみの増分を示している。低減係数を増加させると、最大せん断ひずみが徐々に増加してすべり面を形成していく状況が見られる。低減係数の限界値は F_c=0.39 となり、安全率として決定した。鵜飼らの結果では、F_c=0.42 とされており、本手法の方がやや小さい結果となった。

図－７には、水平震度 k_h=0.1 とした場合の最大せん断ひずみ増分のコンターを示す。安全率は F_c=0.32 となり、水平震度を考慮することで安全率が 0.07 低下した。

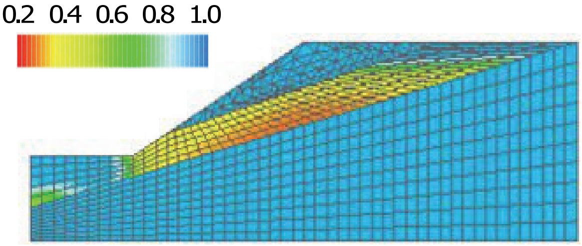
一方、同じモデルでの修正 Fellinus 法による円弧すべり計算では、常時の安全率は F_c=0.44 となり、地震時（水平震度 k_h=0.1）では、安全率は F_c=0.36 となった。すべり面は常時と地震時ではほとんど差違はなく、水平震度を考慮したことで安全率は 0.08 低下しており、低下率やすべり面の位置は本手法とほぼ同じ結果となった。



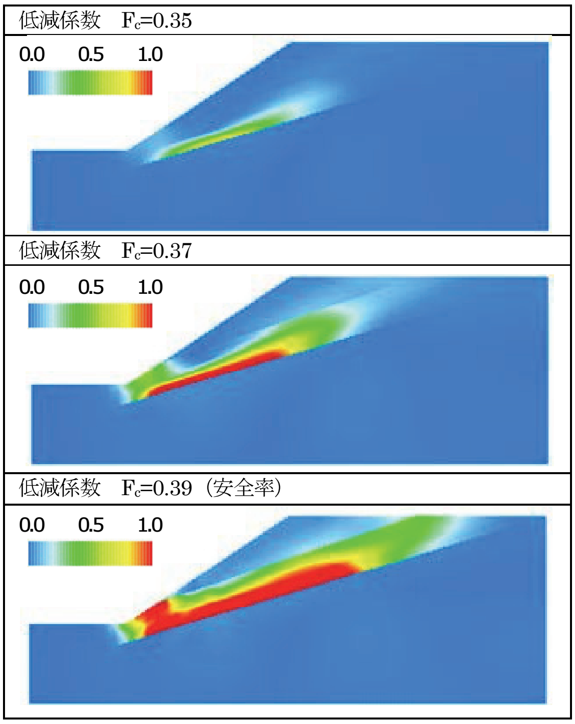
図－４　２次元の斜面安定解析のモデル

表－１　地盤の土質定数

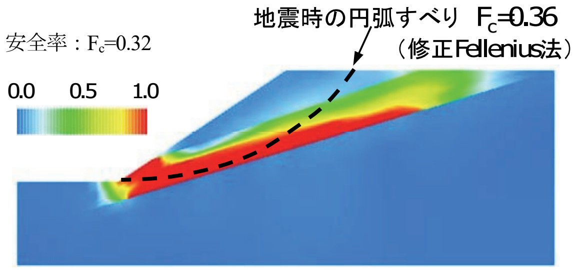
地層	内部摩擦角 φ（度）	粘着力 c (kPa)	単位体積重量 γ (kN/m³)
①	12	29.4	18.82
②	5	9.8	18.82
③	40	294	18.82



図－５　初期応力解析における要素安全率のコンター



図－６　最大せん断ひずみ増分のコンター



図－７　地震時の最大せん断ひずみ増分のコンター

４．３次元の斜面安定解析

4.1　トンネル坑口の斜面安定解析

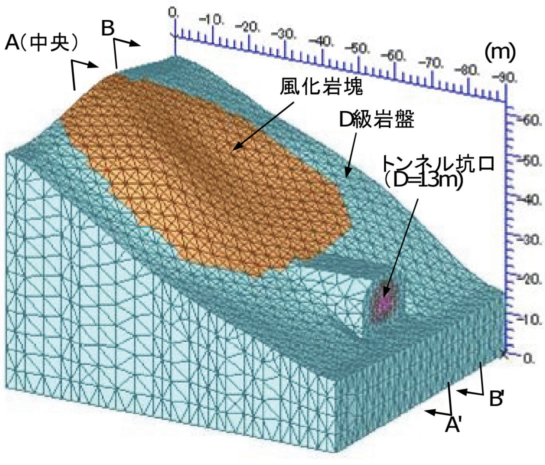
山の斜面にトンネルの坑口を設置してトンネル掘削を行うような工事は多々行われる。斜面上に比較的緩い地層などが露出している場合は、トンネル掘削による地滑りの発生が危惧される。このような事例を対象に、トンネル掘削による安全率の低下や斜面安定対策の効果について、せん断強度低減法による検討を行った。

図－８には、トンネル坑口における斜面安定解析のモデルを示す。節点数は約 12000、要素数は約 58000 である。トンネル坑口の直上に風化岩塊が存在しており、トンネル掘削の影響を受ける可能性がある。**表－２**には地層ごとの土質定数を示した。なお、トンネル掘削の影響を明確にするためにトンネル支保工は考慮していない。

図－９には、A-A'断面と B-B'断面におけるトンネル掘削の進行に伴う最大せん断ひずみ増分のコンターを示す。初期低減係数 Fc=1.10 からのひずみ増分である。坑口から 40m、50m、60m 掘進した時点での結果を示している。トンネル掘削に伴って安全率が Fc=1.64 から Fc=1.60 まで徐々に低下しており、トンネル掘削に伴う応力解放で拘束圧が低下して安全率が低下する傾向がこの計算結果から推察される。トンネル周辺の地山の剛性が高ければすべり面に及ぼす影響は小さいが、地山の剛性によっては影響が大きくなることは十分に予想される。したがって、このような解析手法でトンネル掘削時の斜面安定の検討が行えることが確認できた。

なお、**図－９**の図中（CASE1 参照）には、A-A'断面と B-B'断面における円弧すべり（修正 Fellenius 法）による 2 次元解析の結果を破線で示した。A-A'断面の安全率は Fc=0.97、B-B'断面の安全率は Fc=1.43 となった。風化岩塊層の最下部にすべり面が発生する状況は類似しているが、断面によって安全率に大きな差違があり、2 次元解析では検討が難しいことが分かる。

図－10 には、すべり対策として、斜面の法尻付近に垂直にアンカーボルトを設置したモデルを示す。斜面からトンネルのスプリングライン付近まで設置されている。



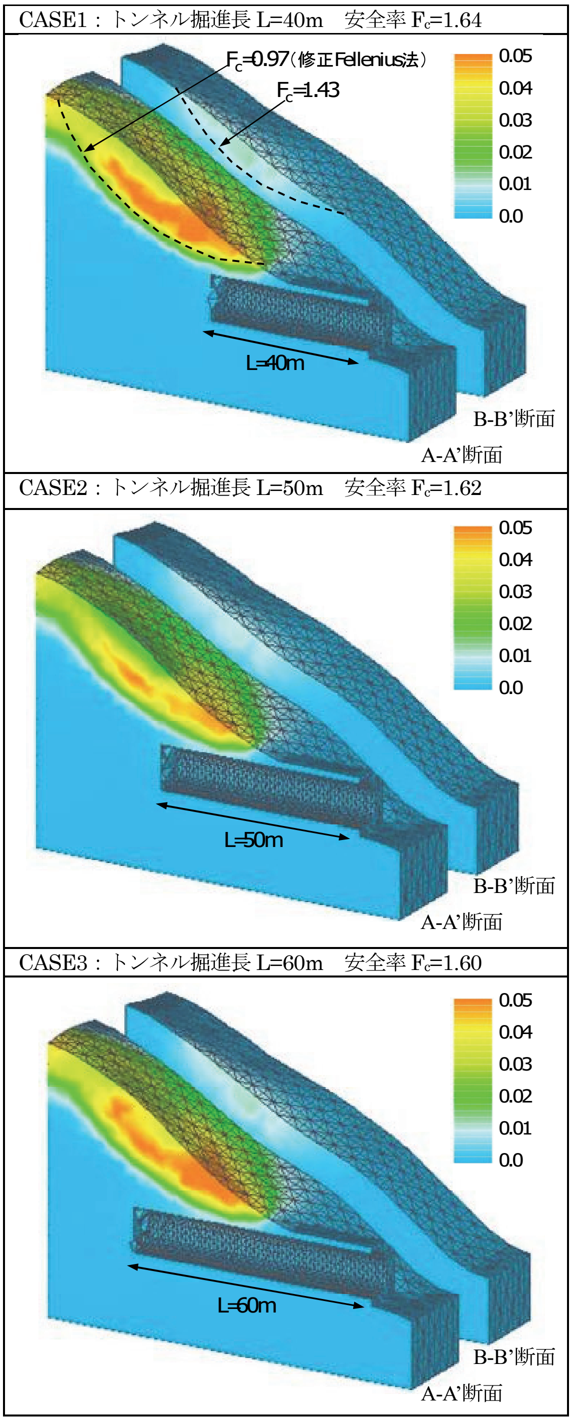
図－８　トンネル坑口における斜面安定解析のモデル

表－２　地層ごとの土質定数（坑口斜面の事例）

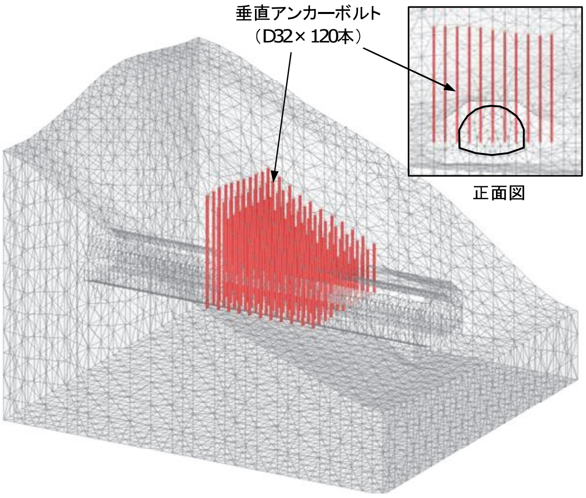
地層	内部摩擦角 φ(度)	粘着力 c (kPa)	単位体積重量 γ (kN/m³)	変形係数 E (MPa)	ポアソン比 ν
風化岩塊	15	30	19	37.5	0.2
D 級岩盤	30	100	22	65.5	0.2

このアンカーボルトは埋込みトラス要素を用いてモデル化した。埋込トラス要素は軸力のみを負担する要素で、ソリッド内の配置が任意に考慮できる分散型の要素である。**表－３**にアンカーボルトの諸元を示す。

図－11 には、垂直アンカーボルトを設置した場合の最大せん断ひずみ増分のコンターを示す。トンネル掘削が 60m 進行した時点の結果である。安全率は Fc=1.66 となり、垂直アンカーボルトの設置によって安全率が 0.06 増加したことになる。



図－９　トンネル掘削と最大せん断ひずみ増分

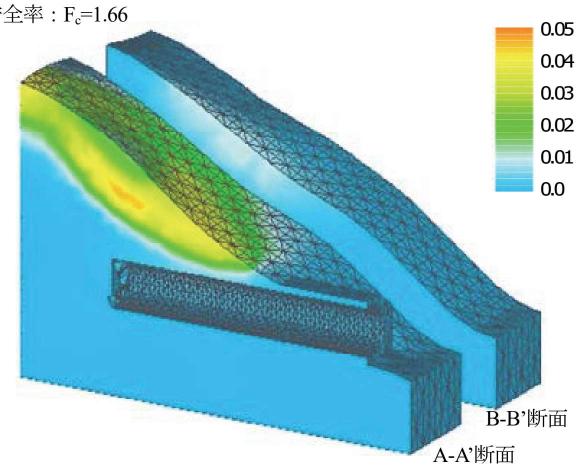


図－10　垂直アンカーボルトのモデル化

表－３　垂直アンカーボルトの諸元

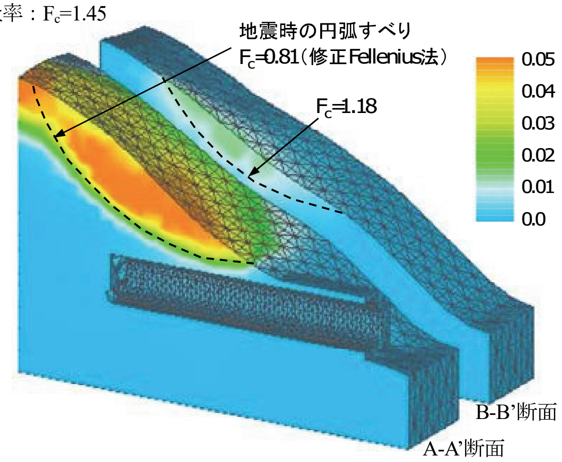
直径 D (mm)	断面積 A (m^2)	長さ L (m)	変形係数 E (MPa)
32	8.04×10^{-4}	7～16	2×10^{5}

安全率：F_c=1.66



図－11　常時の最大せん断ひずみ増分
（垂直アンカーボルト設置時）

安全率：F_c=1.45



図－12　地震時の最大せん断ひずみ増分
（垂直アンカーボルト設置時）

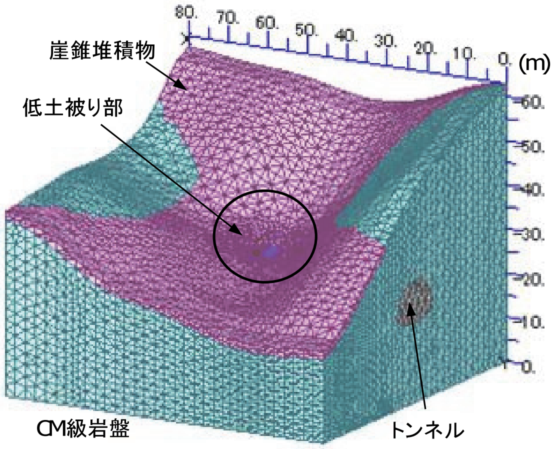
図－12 には、地震時の最大せん断ひずみ増分コンターを示す。垂直アンカーボルト設置時に斜面のすべり方向に水平震度 k_h=0.1 を負荷した結果である。安全率は Fc=1.45 となり、常時に比べて 0.21 低下する結果となった。一方、無対策での地震時の円弧すべりの計算では A-A'断面で Fc=0.81、B-B'断面で Fc=1.18 となり、常時に比べて 0.16～0.25 低下した。したがって、対策の有無や施工条件は異なるが、地震時の安全率の低下量は同等であることが分かった。

4.2　低土被りのトンネル天端の安定解析

山間部ではトンネルの土被りが小さくなり、トンネル天端の安定性が問題となることがある。**図－13** には、低土被り部を通過するトンネル掘削の解析モデルを示す。最も土被りが小さい断面では土被りが 2m となっており、付近一帯の表層には崖錐堆積物が広く分布している。

表－４に、地層ごとの土質定数を示す。なお、トンネル掘削の影響を明確にするために先のモデルと同様にトンネルの支保工は考慮していない。

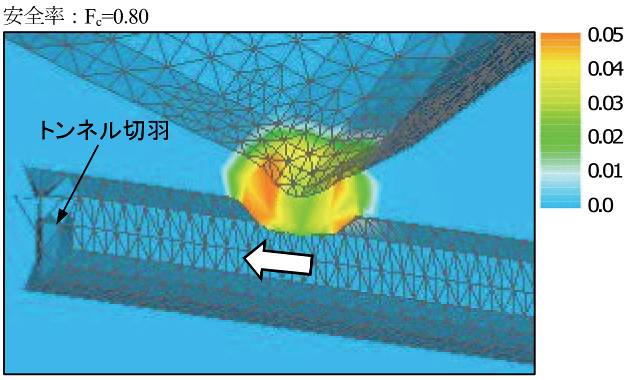
図－14 と**図－15** には、低土被り部をトンネルが通過した時点での最大せん断ひずみ増分のコンターを示す。初期低減係数 Fc=0.60 からのひずみ増分である。トンネル軸と軸直角方向の中央断面のコンターであり、安全率は Fc=0.80 となった。変形モードを合わせて表示しており、天端の土塊が抜け落ちるようにトンネル天端から地表面にかけてせん断ひずみが増大している。崖錐堆積物層にトンネル掘削が近接すると、地山の応力解放によってトンネル天端が不安定になることを示している。



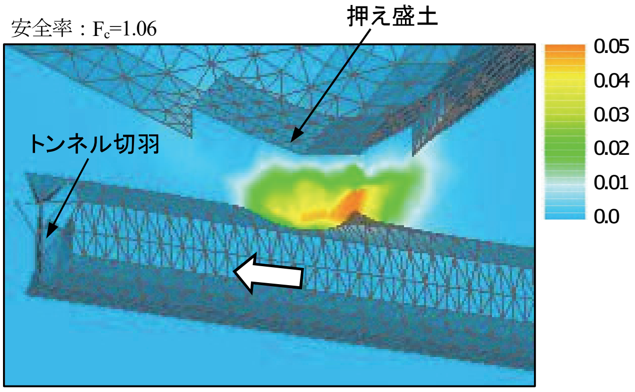
図－13　低土被りのトンネル安定解析のモデル

表－４　地層ごとの土質定数（低土被りの事例）

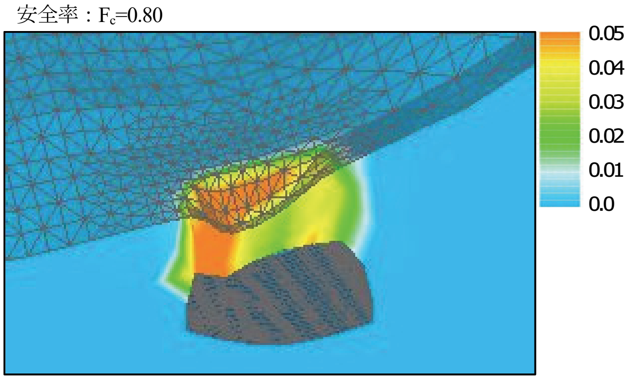
	単位堆積重量 γ (kN/m^3)	変形係数 E (MPa)	ポアソン比 ν	粘着力 c (kPa)	内部摩擦角 φ (度)
崖錐堆積物層	19	5.0	0.3	20	20
CM級岩盤	27	10.0	0.25	1,000	40



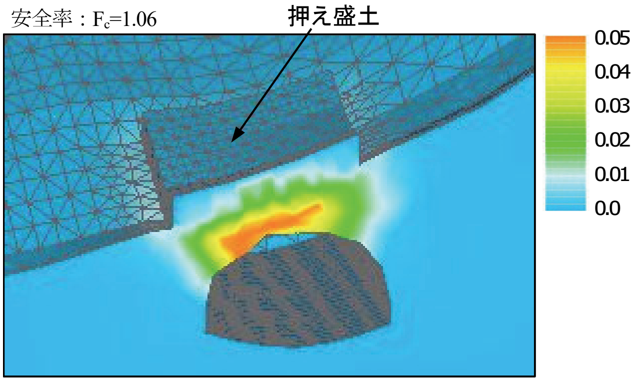
図－14　低土被りの最大せん断ひずみ増分
（トンネル軸方向断面）



図－16　低土被りの最大せん断ひずみ増分
（押え盛土あり、トンネル軸方向断面）



図－15　低土被りの最大せん断ひずみ増分
（トンネル軸直角方向断面）



図－17　低土被りの最大せん断ひずみ増分
（押え盛土あり、トンネル軸直角方向断面）

表－５　押え盛土の剛性

	変形係数 E (MPa)	ポアソン比 ν
押え盛土	5.0×10^3	0.2

現状の解析結果から、安定性が問題となるのは土被りが 2m 程度になる一部分であることが分かる。したがって、低土被り部の対策として押え盛土（20m×15m×高さ 2.5m）を限定的に行った場合の検討を行った。盛土材料には軽量モルタルを想定し、弾性体として剛性等を**表－５**のように設定した。なお、押え盛土による剛性の補強効果を明確にするために自重は無視している。

図－16 と**図－17** には押え盛土を行った場合の最大せん断ひずみ増分のコンターを示す。安全率は Fc=1.06 となり、対策前と比べて安全率が 0.26 増加した。これは、押え盛土の剛性によってトンネル天端の変形が押えられた結果と考えられる。変形量は低減係数に依存するので、比較対象にはならないが、変形モードを見ると、対策前のように土塊が抜け落ちるような傾向は見られず、安全率の増加だけでなく、大きな崩壊が防止され天端が安定化する状況が表されている。このような解析事例は円弧すべりの計算では評価できないので FEM によるせん断強度低減法が有効であることを示している。

５．あとがき

本研究では、2 次元や 3 次元の斜面安定解析にせん断強度低減法の適用を試みた。2 次元問題での基礎的な検証では、他の同種の解析手法に比べて、やや安全率が小さくなったが、概ね同様の結果が得られた。3 次元の解析事例では、結果の検証は不十分であるが、すべり面の位置や安全率に一定の評価ができている。また、お椀型の地すべりは 2 次元の円弧すべりの計算では評価が困難であるが、本手法によって対策工の効果も含めて検討が可能であることが確認できた。さらに、水平震度を考慮することで地震時の検討を行ったが、円弧すべりの計算と比較して同等の結果が得られることも確認できた。

【参考文献】

1) 鵜飼恵三、「弾塑性FEMによる斜面の全体安全率の計算法」、Soils and Foundations、Vol.29、No.2、pp.190-195、1989
2) 社団法人地盤工学会、「地盤技術者のためのFEMシリーズ③弾塑性有限要素法がわかる」、平成15年8月
3) 蔡　飛、鵜飼恵三、黄文峰、「斜面安定性の評価―極限平衡法と弾塑性FEMの比較」、Journal of the Landslide Society、Vol.39、No.4、pp.9-16、2003